MODEL ALIRAN PANAS

DALAM STERILISASI MAKANAN ATAU MINUMAN KALENG

Choirul Annisa
IAIN Kediri
choirul.annisa@iainkediri.ac.id

Abstrak

Salah satu cara pengawetan makanan atau minuman kaleng adalah dengan sterilisasi konvensional. Makanan atau minuman kaleng dipanaskan pada suhu tinggi dalam waktu tertentu secara konduksi. Pemberian panas sesuai dengan persamaan $\Delta Q = mc\Delta T$, yang berarti kalor (ΔQ) berbanding lurus dengan masa zat (m), kenaikan suhu (ΔT) dan kalor jenis zat (c). Pemodelan aliran panas dan nilai sterilisasi dalam sterilisasi makanan atau minuman kaleng ini dapat dilakukan dengan menurunkan persamaan panas secara konduksi dari kontrol volume dengan model balok. Kemudian ditransformasikan ke dalam koordinat tabung sehingga menjadi $\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$. Sedangkan nilai sterilisasi pada waktu t didefinisikan dengan, $F_0(t) = \int_{t_0}^{t_1} exp\left\{\frac{ln(10)}{\sigma_{ref}} T(0,0,t) - T_{ref}\right\} dt$.

Kata Kunci: *Model Aliran Panas, Sterilisasi, Nilai Sterilisasi.*

Abstract

One of the way to preserve canned-food and canned-beverage is by conventional sterilization. Canned-food or canned-beverage are heated at high temperature in a certain time in conduction. The given heat will be equal to can temperature change. It represents equation of $\Delta Q = mc\Delta T$ which means the heat of (ΔQ) is proportional to mass of substance (m), temperature rise (ΔT), and substance specific heat (c). Furthermore, the heat equation in Cartesian coordinate is transformed into cylindrical coordinate. So, the heat equation becomes $\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{2r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$. With $T(0,0,t)$ is the temperature at the center of the can, the sterilization value at time t is defined by, $F_0(t) = \int_{t_0}^{t_1} exp\left\{\frac{ln(10)}{\sigma_{ref}} T(0,0,t) - T_{ref}\right\} dt$.

***Key Word**: Heat Flow Model, Sterilization, Sterililization Value*

PENDAHULUAN

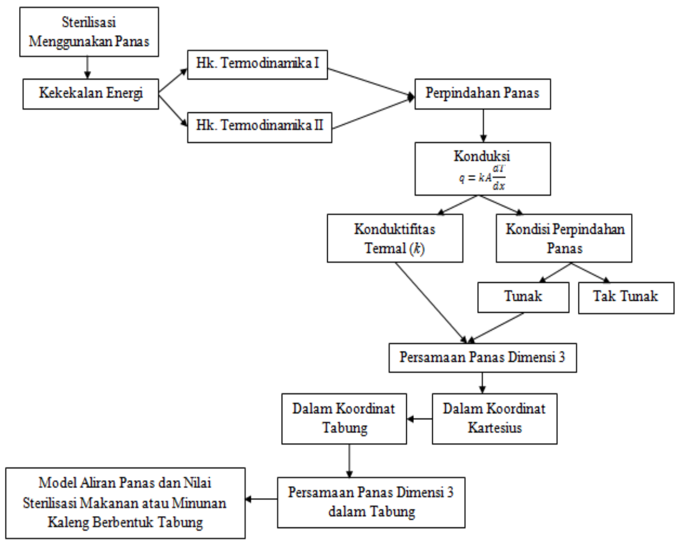
Salah satu caranya agar makanan atau minuman kaleng bertahan lama adalah dengan pemberian bahan pengawet atau proses pengawetan lainnya. Pada dasarnya pengawetan makanan atau minuman dapat dilakukan dengan berbagai macam cara, yaitu penambahan bahan pengawet kimia, penggaraman, pengasapan, pendinginan/ pembekuan, pengeringan, dan pemanasan (pasteurisasi, sterilisasi). Dalam hal makanan atau minuman dalam kaleng, maka cara pengawetan yang dilakukan adalah dengan sterilisasi menggunakan panas. Peristiwa pemberian panas pada sterilisasi sangat erat kaitannya dengan perpindahan panas. Perpindahan panas (heat transfer) adalah ilmu yang mempelajari perpindahan energi yang terjadi karena adanya perbedaan temperatur diantara benda atau material. Semakin banyak panas yang diberikan, akan sebanding dengan perubahan suhunya. Sesuai dengan persamaan $\Delta Q = mc\Delta T$, yang berarti kalor (ΔQ) berbanding lurus dengan masa zat (m), kenaikan suhu (ΔT) dan kalor jenis zat (c).

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau beberapa fungsi. Persamaan diferensial sering digunakan untuk membangun model matematika yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata. Pada masalah sterilisasi makanan atau minuman ini, keterkaitan suhu, waktu dan pertumbuhan mikroorganisme dapat dibawa ke dalam model matematis dengan menggunakan asumsi–asumsi tertentu, setelah itu dicari solusi dari permasalahan tersebut. Secara umum persamaan panas dimensi tiga dapat disusun dari hukum kekekalan energi dan persamaan konduksi $\frac{q_x}{A} = -k\frac{dT}{dx}$. Kemudian persamaan tersebut ditransformasikan dari koordinat kartesius ke koordinat tabung. Sehingga diperoleh model dari aliran panas dalam sterilisasi makanan atau minuman kaleng.

Tujuan dari tugas akhir ini adalah memperoleh model matematika dari proses perambatan panas dan nilai sterilisasi pada makanan atau minuman kaleng agar dapat diselesaikan secara numerik dengan metode beda hingga. Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penulisan tugas akhir ini adalah secara teoritis, kajian ini dapat digunakan sebagai pengetahuan tentang model matematika dari proses perambatan panas pada sterilisasi makanan atau minuman kaleng yang dapat diselesaikan dengan metode beda hingga. Serta sebagai pengetahuan tentang model matematika dari nilai sterilisasi pada sterilisasi makanan atau minuman kaleng.

Kerangka Konsep

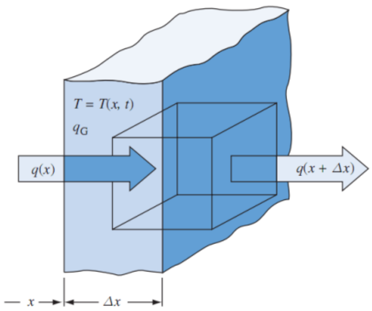
Kerangka konsep digunakan untuk membantu memahami konsep-konsep yang akan dibahas. Berikut ini adalah kerangka konsep dari kajian Penerapan Diferensial pada Model Aliran Panas dalam Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng.



Gambar 1. Bagan Kerangka Konsep

Kekekalan Energi

Kreith, dkk (2011) menjelaskan bahwa, asas dari kekekalan energi untuk kontrol volume, luas permukaan area A, ketebalan Δx, dapat dinyatakan sebagai: Nilai konduksi panas ke dalam kontrol volume + Nilai pembangkit panas di dalam kontrol volume = Nilai konduksi panas yng keluar dari kontrol volume + Nilai energi yang tersimpan di dalam kontrol volume.



Gambar 2. Kontrol Volume untuk Konduksi Dimensi Satu dalam Koordinat Persegi

Hukum Termodinamika I

Hukum Termodinamika I terkait dengan kekekalan energi. Hukum ini menyatakan perubahan energi dalam dari suatu sistem termodinamika tertutup sama dengan total dari jumlah energi kalor yang disuplai ke dalam sistem dan kerja yang dilakukan terhadap sistem. Hermawan (2001) menjelaskan, Hukum Dasar termodinamika I dapat dilihat dari pernyataan $\oint dQ = \oint dW$ yang artinya bahwa energi hanya dapat dirubah bentuk, atau lebih dikenal dengan hukum kekekalan energi.

Hukum Termodinamika II

Pernyataan senada mengenai Hukum Kedua Termodinamika pun disampaikan oleh Kevin-Planck dalam Termodinamika Teknik Moran dan Shapiro (2004), bahwa tidak mungkin untuk sistem apa pun dapat beroperasi dalam siklus termodinamika dan memberi sejumlah kerja neto ke sekelilingnya sementara menerima energi melalui perpindahan kalor dari suatu reservoir termal tunggal. Reservoir termal itu sendiri adalah suatu bentuk sistem khusus yang selalu tetap pada suatu temperatur konsten walaupun energi ditambahkan atau dikurangi melalui perpindahan kalor.

Perpindahan Panas

Perpindahan panas adalah pengangkutan dari energi termal yang digerakkan oleh termal yang tidak setimbang di dalam sebuah medium atau media yang saling berdekatan. (Kaviany, 2011)

Konduksi

Welty, dkk (2004) memperkirakan bahwa persamaan dasar yang digunakan untuk menggambarkan proses konduksi ini serupa dengan persamaan yang digunakan dalam transfer momentum molekuler. Persamaan semacam itu dinyatakan pertama kali oleh Fourier dalam bentuk $\frac{q_x}{A} = -k\frac{dT}{dx}$.

Dimana, q_x adalah laju transfer panas dalam arah x (watt atau Btu/jam)

A adalah luas daerah yang tegak lurus terhadap arah aliran panas (m^2 atau ft^2),

$\frac{dT}{dx}$ adalah gradien temperatur dalam arah x $\left(\frac{K}{m} \text{ atau } \frac{°F}{ft}\right)$,

k adalah konduktivitas termal$\left(\frac{W}{(m{\cdot}K)} \text{ atau } \frac{Btu}{jam} ft^2 °F\right)$.

Rasio $\frac{q_x}{A}$ menyatakan fluks panas dalam arah x,$\left(\frac{W}{m^2} \text{ atau } \frac{Btu}{jam} ft^2\right)$.

Kondisi Perpindahan Panas

Umumnya kondisi berlangsungnya proses perpindahan panas ada dua macam yaitu keadaan Tunak dan keadaaan Tak Tunak. Jika temperatur dari sebuah material bukan merupakan sebuah fungsi waktu, maka sistem berada dalam keadaan tunak dan tidak menyimpan energi apapun. Persamaan konduksi keadaan tunak tiga dimensi dalam koordinat persegi adalah $\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{y}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{z}^2}+\frac{\mathrm{q_G}}{\mathrm{k}}=0$. Jika sistem dalam keadaan tidak ada panas yang dihasilkan di dalamnya, persamaan selanjutnya disederhanakan menjadi $\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{y}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{z}^2}=0$. (Kreith,dkk: 2011)

Tidak seperti kondisi tunak, proses kondisi tak tunak dimulai dan diakhiri oleh periode waktu yang terbatas, bukan waktu tak terbatas yang kontinyu. Dengan kata lain bahwa tidak seperti sistem yang tunak, sistem dengan kondisi tak tunak dapat berubah karena waktu. Sistem tak tunak pada sebagian keadaan mirip dengan sistem tertutup, kecuali massa di dalam batas-batas sistem tersebut tidak konstan selama proses berlangsung. (Cengel, 2008)

Persamaan Panas

Persamaan panas merupakan bentuk khusus dari persamaan difusi yang merupakan sebuah persamaan diferensial parsial yang memodelkan berbagai proses fisik khususnya aliran panas secara konduksi pada suatu medium. Dalam medium 3 dimensi, persamaan panas adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

Di mana u adalah fungsi terhadap t, x, y, z yang merepresentasikan temperature pada setiap waktu t pada posisi (x, y, z) dalam medium. Konstanta k merepresentasikan thermal conductivity yang bergantung pada material yang digunakan sebagai medium. Konstanta k juga sering disebut sebagai koefisien difusi. (Made, dkk: 2010)

Masalah Nilai Batas

Baiduri (2004) menjelaskan, bentuk dari persamaan panas yang memuat syarat awal dan syarat batas antara lain:

1. Persamaan panas dengan syarat batas tetap homogen (temperatur 0°)

   Persamaan diferensial parsial:

   $\frac{\partial u}{\partial t}=\beta\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t}$ $\quad 0<x<L, t>0$

   Syarat batas:

   $u(0,t)=u(L,t)=0 \quad t>0$

   Syarat awal:

   $u(x,0)=f(x) \quad 0<x<L$

2. Persamaan panas dengan syarat batas terisolasi

   Persamaan diferensial parsial:

   $\frac{\partial u}{\partial t}=\beta\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t}$ $\quad 0<x<L, t>0$

   Syarat batas:

   $\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\frac{\partial u}{\partial x}(L,t) \quad t>0$

   Syarat Awal:

   $u(x,0)=f(x) \quad 0<x<L$

Metode Beda Hingga

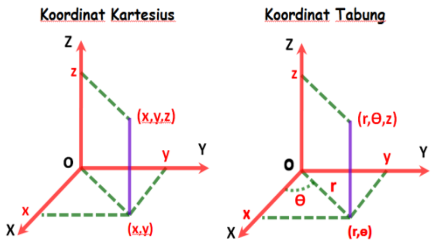
Jika sumbu x dibagi ke dalam beberapa interval $\Delta x = h$ yang panjangnya sama, maka absis titik kisi i dapat ditulis dalam bentuk $x_i = i\Delta x = ih$, sehingga bentuk pendekatan turunan pertama di titik kisi i menjadi:

1. Pendekatan beda maju: $\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f_{i+1}-f_i}{h}$
2. Pendekatan beda mundur: $\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f_i-f_{i-1}}{h}$
3. Pendekatan beda pusat: $\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f_{i+1}-f_{i-1}}{2h}$

Dengan $f_i - f(x_i), x_i = i\Delta x = ih, i = 1,2,\ldots,N-1$. Persamaan $\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ ditambah dengan persamaan $\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}$ dan $x = i\Delta x$, maka diperoleh untuk pendekatan turunan kedua yaitu $\frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} = \frac{f_{i-1}-2f_i+f_{i+1}}{h^2}$.

Transformasi Koordinat Kartesius ke Koordinat Tabung

Mursita (2008) menjelaskan, hubungan antara koordinat cartesius dengan koordinat tabung akan dijelaskan dari gambar berikut.



Gambar 3. Transformasi Koordinat Kartesius ke Koordinat Tabung

Dalam perhitungan integral rangkap tiga dari suatu fungsi tiga peubah atas bangun ruang G seringkali dijumpai beberapa kesulitan dalam pengintegralan. Untuk itu, dilakukan transformasi dari kordinat kartesius ke dalam koordinat tabung. Bila dalam koordinat kartesius $P(x,y,z)$ dan dalam koordinat tabung $P(r,\theta,z)$ maka diperoleh hubungan berikut :

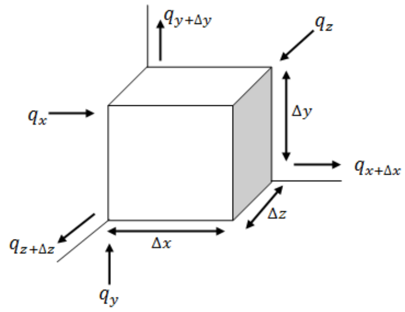
$$x^2 + y^2 = r^2 \ , x = r\cos\theta, y = r\sin\theta, z = z$$

Proses Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng

Sterilisasi komersial adalah pemanasan pada suhu di atas 100ºC, umumnya sekitar 121,1ºC menggunakan uap air selama waktu tertentu dengan tujuan untuk memusnahkan spora bakteri patogen termasuk spora bakteri Clostridium botulinum. Dengan demikian, sterilisasi komersial ini hanya digunakan untuk mengolah bahan pangan berasam rendah di dalam kaleng, seperti kornet, sosis dan sayuran dalam kaleng. Susu steril dalam kotak adalah contoh produk lain yang diproses dengan sterilisasi komersial. Tetapi prosesnya berbeda dengan pengalengan. Susu steril dalam kotak diproses dengan pengemasan aseptik yaitu suatu proses sterilisasi kontinyu dimana produk susu yang sudah disterilkan dimasukkan ke dalam kotak yang sudah disterilkan dalam lingkungan yang juga aseptik (Hariadi: 2010).

Nilai Sterilisasi

Menurut penelitian yang dilakukan Schaschke dalam bukunya yang berjudul "Food Processing" (2011), mikro-organisme juga sangat sensitif terhadap panas. untuk menghancurkan mikro-organisme diperlukan energi termal yang cukup untuk mematikannya. Energi ini harus terus ada selama periode yang diperlukan untuk memastikan kematian dari mikro-organisme tersebut. Penelitian secara empirik telah membuktikan bahwa pada temperatur yang konstan, banyak mikro-organisme yang akan mati mengikuti kombinasi suhu dan waktu. Tingkatan waktu dari perubahan jumlah organisme yang terjadi pada perlakuan panas tersebut dapat dideskripsikan secara matematika yaitu $\frac{dN}{dt} = -kN$.



Gambar 4. Kontrol Volume Model Balok

PEMBAHASAN

Model Matematika dari Proses Perpindahan Panas pada Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng

Volume dari benda dimensi tiga tersebut adalah $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, maka massanya adalah $\Delta m = \rho \Delta V = \rho \Delta x \Delta y \Delta z$. Dengan rumus $q = mcT$, jumlah panas benda ini pada waktu t adalah: $Q(x, y, z, t, \Delta x, \Delta y, \Delta z) = c\Delta m T(x, y, z, t) = c\rho \Delta x \Delta y \Delta z\, T(x, y, z, t)$ (3.1).

Rata-rata perubahan jumlah panas pada benda ini diberikan oleh:

$$\frac{dQ}{dt} = c\rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial T}{\partial t}(x, y, z, t) \quad (3.2).$$

Sesuai dengan prinsip kekekalan energi, yaitu rata-rata perubahan panas harus sama dengan aliran panas yang masuk dikurangi aliran panas yang keluar. Dan karena persamaan konduksi pada benda dimensi tiga diturunkan dari bentuk kontrol volume model balok yang tepi-tepinya $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ dan masing-masing sejajar dengan sumbu x, y dan z, maka didapatkan rata-rata perubahan panasnya adalah

$$\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{q_x} + \mathrm{q_y} + \mathrm{q_z} - \mathrm{q_{x+\Delta x}} - \mathrm{q_{y+\Delta y}} - \mathrm{q_{z+\Delta z}}$$

(3.3).

Dari persamaan konduksi untuk panas yang dihantarkan ke dalam dan ke luar volume, dan mensubstitusikan Persamaan (3.2) ke Persamaan (3.3), maka didapatkan

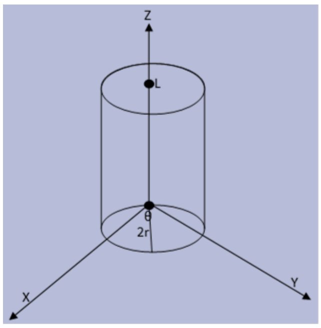
$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = k\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] \quad (3.4).$$

Kemudian persamaan tersebut dibagi dengan $\Delta x\, \Delta y\, \Delta z$ dan karena konduktifitas termalnya konstan, Persamaan (3.4) dapat ditulis

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \nabla^2 T \quad (3.5),$$

dengan $\frac{1}{\alpha} = \frac{c\rho}{k}$ adalah konstanta penghamburan panas dan $\nabla^2 T$ adalah Operator Laplace untuk T. Persamaan (3.5) inilah yang disebut sebagai persamaan panas pada benda dimensi tiga dalam koordinat kartesius.

Selanjutnya jika $T = T(x, y, z, t)$ ditransformasikan dalam koordinat tabung $T = T(r, \theta, z, t)$ seperti terlihat pada Bab II Gambar 2.6 dengan transformasi sebagai berikut $x = 2r\cos\theta$, $y = 2r\sin\theta$, $z = z$.



Gambar 5. Transformasikan dalam Koordinat Tabung

Didapatkan Persamaan panas pada benda dimensi tiga dalam koordinat tabung, yaitu:

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{2r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad (3.6).$$

Karena kaleng yang diperlihatkan berbentuk tabung yang bersifat simetris, perambatan panas tidak bergantung pada besar sudut θ. Maka $\frac{\partial T}{\partial \theta}=0$ dan $\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}=0$, dan didapatkan:

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{2r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad (3.7).$$

Persamaan (3.23) adalah persamaan panas pada kaleng berbentuk tabung, dengan $T(r,z,t)$ adalah suhu di dalam kaleng (r,z) dengan $r(0\le r\le R)$ dan $z(0\le z\le L)$ saat waktu t.

Untuk melengkapi pemodelan, maka perlu ditambahkan syarat awal dan syarat batasnya sebagai berikut.

Syarat Awal, Pada waktu awal (initial time) t_i suhu awalnya adalah T_0,$T(r,z,t_i)=T_0$, $\forall r\in[0,R)$, $\forall z\in[0,L]$ (3.8).

Syarat Batas, Suhu di sekeliling, dasar dan atas kaleng diberikan oleh,

$$T[r,z,t]=T(t)\ \ \forall z\in[0,L]$$
$$T[r,0,t]=T(t)\ \ \forall r\in[0,R] \qquad (3.9)$$
$$T[r,L,t]=T(t)\ \ \forall r\in[0,R].$$

Sedangkan suhu di sepanjang sumbu z, yaitu $r=0$ tidak berubah terhadap r,

$$\frac{\partial T}{\partial r}=0,\ r=0\ \forall z\in[0,L] \quad (3.10).$$

Dengan metode beda hingga penyelesaian persamaan panas dimensi tiga pada sterilisasi makanan atau minuman kaleng adalah

$$T_{i,j,k+1}=T_{i,j,k}+\frac{\alpha\Delta t}{\Delta^2 r}\left[T_{i-1,j,k}-2T_{N,j,k}\right]+\frac{\alpha\Delta t}{\Delta^2 z}\left[T_{i,j+1,k}-2T_{i,j,k}+T_{i,j-1,k}\right].$$

Persamaan Matematika dari Nilai Sterilisasi pada Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng

Nilai sterilisasi diberikan dengan besaran F_0. Jika $c(r,z,t)$ adalah konsentrasi dari mikroorganisme pada lokasi (r,z) saat waktu t, maka $c(0,0,t)$ adalah konsentrasi mikroorganisme pada pusat kaleng saat waktu t. Seperti yang disebutkan sebelumnya, nilai sterilisasi dilihat pada pusat kaleng, karena tempat ini lebih lambat menerima panas. Sehingga memiliki kemungkinan konsentrasi mikroorganisme yang masih hidup terbesar.

Karena laju inaktifasi mikroba selama waktu pemanasan pada suhu tertentu $\frac{dN}{dt}=-kN$, dimana N adalah jumlah mikroba sisa yang masih hidup setelah pemanasan. N disubstitusi dengan $c(0,0,t)$, sehingga kehancuran mikroorganisme akibat pemanasan diberikan oleh persamaan diferensial berikut ini, $\frac{dc(0,0,t)}{dt}=kc(0,0,t)$.

Nilai sterilisasi saat waktu t didefinisikan dengan,

$$F_0(t)=\int_{t_0}^{t_1}\exp\left\{\frac{\ln(10)}{\sigma_{ref}}T(0,0,t)-T_{ref}\right\}dt \qquad (3.11).$$

Jika diberikan derajat sterilisasi F yang diinginkan pada akhir waktu, maka harus dipastikan

$$F_0(t_f)\ge F \qquad (3.12),$$

begitu pula untuk suhu akhir harus

$$T(0,0,t_f)\le T_f \qquad (3.13).$$

Dan konsentrasi dari mikroorganisme saat akhir waktu harus memenuhi:

$c(0,0,t_f) \leq c_0 \exp\left\{-\frac{\ln(10)}{\beta_{ref}} F\right\}$ (3.14).

PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan tentang model aliran panas dalam sterilisasi makanan atau minuman kaleng, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut.

1) Model Matematis Persamaan Panas Dimensi Tiga pada Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

dengan $T(r,z,t)$ adalah suhu bahan makanan di dalam kaleng (r,z) dengan $r(0 \leq r \leq R)$ dan $z\left(-\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}\right)$ saat waktu t.

a) Syarat Awal dan Syarat Batas

Syarat Awal

$T(r,z,t_i) = T_0$, $\forall r \in [0,R)$, $\forall z \in \left[-\frac{L}{2},\frac{L}{2}\right]$.

Syarat Batas

Suhu di sekeliling, dasar dan atas kaleng diberikan oleh,

$$T[r,z,t] = T(t) \qquad \forall z \in \left[-\frac{L}{2},\frac{L}{2}\right]$$

$$T\left[r,-\frac{L}{2},t\right] = T(t) \qquad \forall r \in [0,R]$$

$$T\left[r,\frac{L}{2},t\right] = T(t) \qquad \forall r \in [0,R].$$

Sedangkan suhu di sepanjang sumbu z, yaitu $r = 0$ tidak berubah terhadap r, $\frac{\partial T}{\partial r} = 0, r = 0$, $\forall z \in \left[-\frac{L}{2},\frac{L}{2}\right]$.

b) Penyelesaian Persamaan Panas Dimensi Tiga pada Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng

Dengan menggunakan metode beda hingga, didapatkan penyelesaiannya

$$T_{N,j,k+1} = T_{N,j,k} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta^2 r}\left[T_{N-1,j,k} - 2T_{N,j,k}\right] + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta^2 z}\left[T_{N,j+1,k} - 2T_{N,j,k} + T_{N,j-1,k}\right]$$

untuk $i = 2,3,4,\dots,N-1$, $j = 2,3,4,\dots,M-1$, $k = 1,2,3,\dots,P$.

2) Model Matematis dari Nilai Sterilisasi pada Sterilisasi Makanan atau Minuman Kaleng

Nilai sterilisasi pada waktu t didefinisikan dengan,

$$F_0(t) = \int_{t_0}^{t_1} \exp\left\{\frac{\ln(10)}{\sigma_{ref}} T(0,0,t) - T_{ref}\right\} dt.$$

Sedangkan konsentrasi dari mikroorganisme pada pusat kaleng saat waktu t dinyatakan dengan

$$\frac{c(0,0,t)}{c_0} = exp\left\{-\frac{\ln(10)}{\beta_{ref}} \int_{t_0}^{t_1} exp\left\{\ln(10)\frac{T(0,0,t)-T_{ref}}{\sigma_{ref}}\right\} dt\right\}.$$

Pembahasan ini telah mengkaji tentang model matematis dari proses perambatan panas dan nilai sterilisasi dengan memperhatikan derajat pertumbuhan mikroorganisme dalam makanan atau minuman kaleng. Namun yang telah dibahas hanya berlaku untuk kaleng makanan atau minuman berbentuk silinder, kaleng bersifat homogen sehingga konstanta kalor jenis bahan c, konduktifitas suhu bahan k dan massa jenis bahan ρ

tidak bergantung terhadap x, y, dan z. Hal ini berarti upaya pemodelan matematis pada proses perambatan panas dan nilai sterilisasi dengan memperhatikan derajat pertumbuhan mikroorganisme dalam makanan atau minuman kaleng masih dapat dilanjutkan. Dengan itu penulis dapat menyarankan pada pembaca yang berminat melakukan pembahasan serupa untuk mengkaji pada permasalahan dengan kondisi lebih umum lagi. Beberapa kondisi tersebut diantaranya sebagai berikut.

1) Pemodelan matematis dari proses perambatan panas dan nilai sterilisasi pada kaleng makanan atau minuman yang tidak hanya berbentuk silinder.
2) Kaleng bersifat tak homogen sehingga konstanta kalor jenis bahan c, konduktifitas suhu bahan k dan massa jenis bahan ρ bergantung bergantung terhadap x, y, dan z.
3) Model matematis dari nilai sterilisasi pada sterilisasi makanan atau minuman kaleng saat waktu t pada koordinat (x, y, z) atau dengan kata lain tidak hanya pada pusat kaleng.

Pembuatan program komputasi dari model yang telah dikaji pada kajian ini.

Daftar Pustaka

Ardian, Dedik. 2010. Analisa Proses Sterilisasi Makanan Kaleng. Skripsi S1 Teknik. Institute Teknologi Sepuluh Nopember.

Baiduri. 2001. Persamaan Diferensial & Matematika Model. Malang: UMM Press.

Cengel, Yunus A., 2008. Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer Second Edition. USA: McGraw-Hill Companies.

Dinas Kesehatan Pemerintah Kabupaten Sleman, Dinkes. 2001. Materi Penyuluhan bagi Perusahaan Makanan Industri Rumah Tangga. Sleman: Dinkes.

Hariyadi, Purwiyatno. 2010. Sterilisasi UHT dan Pengemasan Aseptik. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Hermawan, Windy Mitrakusuma. 2001. Diktat Dasar Refrigerasi. Jakarta: Universitas Gunadarma.

Kaviany, Massoud. 2011. Essentials of Heat Transfer. New York: Cambridge University Press.

Kreith, Frank, Raj M. Manglik, Mark S. Bohn, 2011. Stamford: Cengage Learning.

Luknanto, Djoko. 2003. Model Matematika Bahan Kuliah Hidraulika Komputasi. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.

Marwan, H. 2001. Modul Termodinamika Teknik. Medan: Universitas Sumatra Utara.

Moran, Michael J., Howard N. Shapiro. 2000. Fundamental of Engineering Thermodynamics. Terjemahan oleh Yulianto Sulistyo Nugroho & Adi Surjosatyo. 2004. Jakarta: Erlangga.

Muchtadi, Deddy. 25 Nopember, 2005. Mungkinkah Makanan dan Minuman dalam Kaleng tanpa Bahan Pengawet. Suara Pembaruan, hal 11.

Mursita, Danang. 2008. Matamatika Dasar. Bandung: Sekolah Tinggi Teknologi Telkom.

Naga, Dali S. 1991. Fisika: Ilmu Panas. Jakarta: Penerbit Gunadarma.

Parlaungan. 2008. Pemodelan Matematika untuk Peningkatan Bermatematika Siswa Sekolah Menengah Atas (SMA). Tesis S2 Pendidikan Matematika. Universitas Sumatra Utara.

Rochmad. 2007. Persamaan Diferensial Bagian I. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

Schaschke, Carl J. 2011. Food Processing. Scotland: Carl J. Schaschke & Ventus Publishing ApS.

Verberg, Dale & Edwin J. Purcell. 2003. Calculus 8th Edition Varberg, Purcell, Rigdon. Terjemahan oleh I Nyoman Susila. 2004. Jakarta: Erlangga.

Welty, James R., Charles E. Wicks, Robert E. Wilson, Gregory Rorrer. 2001. Fundamental of Momentum, Heat, and Mass Transfer. Terjemahan oleh Gunawan Prasetio. 2004. Jakarta: Erlangga.

Wikipedia. 2009. Keadaan Tunak, (on-line), (http://id.wikipedia.org/wiki/Tunak, diakses 17 Januari 2012).

Zuhair. 2007. Matematika IV: Modul 9 Transformasi Laplace. Jakarta: Universitas Mercu Buana.