Focus ACTion Of Research Mathematic
Volume 3, No. 2, Juni, 2021
Page 83 - 98

ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: **10.30762/factor-m.v3i2.3226**

OPTIMASI KEUNTUNGAN MENGGUNAKAN METODE KARUSH-KUHN-TUCKER (STUDI KASUS: MI ACEH PATTIMURA DI JAMBI)

Ellys Agustina[1], Sufri[2], Syamsyida Rozi[3]
[1,2,3]Universitas Jambi , Jambi, Indonesia
E-mail: ellysagustina@gmail.com [1)]
sufriary@yahoo.com [2)]
syamsyida.rozi@gmail.com [3)]

Kata Kunci

pemrograman linier, optimasi, metode Karush-Kuhn-Tucker, pengali lagrange.

ABSTRAK

Masalah pengeluaran yang tidak stabil dan produksi yang tidak optimal mendorong pelaku usaha untuk merumuskan strategi yang tepat agar usaha dapat terus berjalan dengan lancar. Hal tersebut juga terkait dengan adanya keinginan untuk memaksimalkan keuntungan. Masalah yang demikian dialami pula oleh pelaku usaha Mi Aceh Pattimura, Jambi. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan dan mengidentifikasi jumlah produksi yang optimal per hari supaya pelaku usaha Mi Aceh Pattimura memperoleh keuntungan harian yang optimal berdasarkan modal dan bahan yang tersedia. Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk menemukan keadaan optimal tersebut adalah metode Kuhn Tucker. Penyelesaian menggunakan Karush-Kuhn-Tucker memiliki konsep yang sama dengan metode Lagrange, yaitu menghitung nilai (x, λ, S) dan menghitung nilai $f(x)$. proses pencarian nilai (x, λ, S) menggunakan perkalian matriks. Berdasarkan perhitungan menggunakan metode Karush-Kuhn-Tucker, diperoleh jumlah produksi optimal per hari pada usaha Mi Aceh Pattimura adalah mi aceh kuah sebanyak 15 porsi, mi aceh goreng sebanyak 6 porsi, mi aceh tumis sebanyak 19 porsi, mi aceh daging sebanyak 20 porsi, mi aceh ayam sebanyak 20 porsi, dan mi aceh udang sebanyak 20 porsi dengan keuntungan optimal yang dapat diperoleh sebesar Rp. 745.169,9279 per hari.

Linear Programming, Optimization, Karush-Kuhn-Tucker Method, Lagrange Multiplier

Problem of expenditure which is not stable, and production which is not optimal, motivate the entrepreneur to identify and find out the right strategy so that the business runs smoothly. It is also related to desire to maximize the profits. Such concerns are also experienced by entrepreneur of Mi Aceh Pattimura, Jambi. The purpose of this research is to determine and identify the numbers of optimal production in a day in order to obtain the optimal profit based on capital and available stock. In this *research, Karush-Kuhn-Tucker method is used to identify such optimal condition. The completion of the Karus-Kuhn-Tucker method is the same as the Lagrange methodwhich is calculatethe value* (x, λ, S) *and calculate the value* $f(x)$*. The process finding value inthis method can use matrix multiplication. Based on calculation using Karush-Kuhn-Tucker method, it's obtained that the numbers of optimal production in a day in Mi Aceh Pattimura is 15 servings of aceh noodle soup, 6 servings of aceh fried noodles, 19 servings of aceh noodles stir-fry, 20 servings of aceh meat noodles, 20 servings of aceh chicken noodles, and 20 servings of aceh shrimp noodles with optimal profit is Rp. 745,169.9279*

Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, terdapat banyak sekali permasalahan yang melibatkan matematika, baik dalam bidang ekonomi, sosial, politik maupun masalah yang berkaitan langsung dengan Pendidikan (Arifin, 2020). Pendidikan tidak hanya dipengaruhi oleh Pendidikan yang ada di sekolah, yang berhubungan dengan pembelajaran, siswa, guru, media dan sebagainya. Akan tetapi juga dapat dipengaruhi keberadaan disekitarnya (Surur et al., 2020). Masyarakat juga berpengaruh dalam Pendidikan. Secara tidak langsung, usaha yang ditekuni masyarakat juga memberikan dampak pada Pendidikan.

Tingkat persaingan yang tinggi antar pelaku Usaha Mikro, Kecil dan Menengah (UMKM) dalam menjalankan usaha menuntut pelaku usaha untuk merumuskan strategi yang tepat agar usaha dapat terus beroperasi dengan lancar. Hal itu juga terkait dengan adanya keinginan untuk memaksimalkan keuntungan berdasarkan stok yang tersedia. Salah satu UMKM di Jambi yang memiliki perhatian terhadap masalah ini adalah Usaha Mi Aceh Pattimura.

Mi Aceh saat ini yang merupakan salah satu masakan nusantara, yang tidak hanya bisa dinikmati di Aceh, tapi juga bisa ditemukan di provinsi lain selain Aceh, atau bahkan di luar negeri. Mi Aceh menjadi salah satu menu favorit di daerah Simpang Rimbo, Kota Jambi. Hal ini dikarenakan cita rasa mi aceh sangat sesuai dengan karakter lidah penduduk Sumatera.

Beberapa kendala yang dihadapi pelaku usaha Mi Aceh Pattimura adalah ketidakstabilan pengeluaran dan kurang optimalnya produksi sehingga stock bahan mentah yang tersedia tidak digunakan dengan maksimal. Kekurangan semacam ini dapat membuat system menjadi tidak seimbang yang berakibat pada luaran yang dihasilkan (Syamsudin, 2020). Hal itu bisa membuat pendapatan dan keuntungan yang diperoleh dari pelaku usaha menjadi tidak jelas. Dalam hal ini, yang dimaksud dengan optimal adalah semua kegiatan yang dapat memberikan manfaat yang sebesar-besarnya dalam permasalahan produksi yang sedang dijalani.

Optimasi merupakan pendekatan normatif dengan mengidentifikasi penyelesaian terbaik dari suatu permasalahan yang diarahkan pada titik maksimum atau minimum suatu fungsi tujuan. Dalam rangka mengoptimalkan sumber daya atau bahan mentah yang digunakan dalam proses produksi, agar kegiatan produksi dapat menghasilkan produk dengan kuantitas dan kualitas yang diharapkan, maka perusahaan perlu melakukan pengamatan dan analisis terkait optimasi produksi (Liu et al., 2020). Dalam hal ini, salah satu teknik yang bisa digunakan adalah melalui pemodelan program linier, yang merupakan model matematika untuk mengalokasikan sumber daya atau bahan baku yang terbatas agar mencapai sebuah tujuan seperti memaksimumkan keuntungan dan meminimumkan biaya. Masalah optimasi terbagi menjadi dua kategori yaitu optimasi berkendala dan optimasi tanpa kendala (Moengin, 2011).

Pada penelitian ini, masalah yang dialami oleh pelaku usaha Mi Aceh Pattimura akan ditemukan solusinya melalui pemodelan program linier. Secara umum bentuk model program linier dituliskan sebagai berikut:

Fungsi tujuan (*objective function*):

Maksimumkan/minimumkan:

$$f = (c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n)$$

Fungsi pembatas (*constraint function*):

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq atau \geq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq atau \geq b_2$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq atau \geq b_m$$
$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$$

(Rafflesia & Widodo, 2014) Selanjutnya masalah program linier tersebut akan ditemukan solusinya menggunakan metode Karush-Kuhn-Tucker. Metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT) merupakan metode yang digunakan pada masalah optimasi untuk menentukan nilai optimum suatu fungsi tujuan dengan kendala yang berbentuk pertidaksamaan. Metode Karush-Kuhn-Tucker diperoleh dari modifikasi metode pengali Lagrange dimana metode pengali lagrange hanya bisa menyelesaikan permasalahan optimasi dengan kendala yang berbentuk persamaan. Metode Karush-Kuhn-Tucker ini dapat digunakan untuk mencari solusi optimum dari suatu fungsi tujuan tanpa memandang sifat dari fungsi tersebut apakah linier atau non linier (Sinha et al., 2019).

Diberikan permasalahan optimasi dengan kendala sebagai berikut:

Maksimumkan : $f(\mathbf{x})$

Dengan kendala : $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$

Kendala pertidaksamaan dapat ditransformasikan dengan menambahkan variabel *slack* tak negatif $\mathbf{S}^2$, sehingga menjadi

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}^2 = \mathbf{0}$$

dengan $\mathbf{S} = (S_1, S_2, \dots, S_m)$

Dengan demikian masalah optimasi menjadi

Maksimumkan : $f(\mathbf{x})$

Kendala : $\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}^2 = \mathbf{0}$

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan metode *Lagrange* dengan fungsi *Lagrange* nya adalah :

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}) = f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}^2)$$

Pengali *Lagrange* ($\boldsymbol{\lambda}$) mengukur laju perubahan nilai optimum f jika terjadi perubahan kecil pada fungsi kendala $\mathbf{g}$ yang secara matematis ditulis

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{g}}.$$

Sehingga pada permasalahan memaksimumkan (pada fungsi tujuan), jika kendala $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$, maka syarat perlu untuk optimasi adalah $\boldsymbol{\lambda}$ yang bernilai tak negatif ($\boldsymbol{\lambda} \geq 0$). Sebaliknya, jika fungsi

ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: 10.30762/factor-m.v3i2.3226

tujuannya adalah untuk meminimumkan, maka syarat perlu untuk optimasi adalah $\boldsymbol{\lambda} \leq 0$. Kondisi $\boldsymbol{\lambda}$ ini menjadi salah satu syarat perlu dalam metode KKT. Syarat perlu lainnya dalam metode KKT diperoleh dari

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \partial f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}\, \partial \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i} = -\, 2\lambda_i S_{\boldsymbol{i}} = \mathbf{0}, i = 1,2, \dots, m \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = -\big(\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}^2\big) = \mathbf{0} \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (2), maka bisa bisa diambil kesimpulan berikut:

- Jika $\lambda_i \neq 0$, maka $S_i = 0$ sehingga $S_{\boldsymbol{i}}{}^{\mathbf{2}} = 0$. Interpretasi $S_i^2 = 0$ adalah bahwa bahan baku dikonsumsi keseluruhan dan bisa dikatakan bahwa sumber daya i langka.
- Jika $S_i{}^2 > 0$, maka $\lambda_i = 0$. Nilai $S_i^2 > 0$ menunjukkan bahwa bahan baku tidak sepenuhnya digunakan atau menunjukkan bahwa sumber daya i tidak langka. Dan karena $\lambda = 0$ maka tidak ada pengaruh terhadap nilai f (karena $\lambda_i = \frac{\partial f}{\partial g_i} = 0$).

Berdasarkan persamaan (2), jika $\lambda_i > 0$ maka $S_i = 0$ sehingga $S_{\boldsymbol{i}}{}^{\mathbf{2}} = 0$. Dan mempertimbangkan kondisi persamaan (3), $S_i^2 = 0$ menyebabkan $g_i(\mathbf{x}) = 0$. Sehingga diperoleh

$$\lambda_i g_i(\mathbf{x}) = 0, \text{untuk } i = 1,2, \dots, m.$$

Begitu pula, berdasarkan persamaan (3), jika $\mathbf{g}(\mathbf{x}) < 0$, maka $\mathbf{S^2} > \mathbf{0}$ sehingga $S_i \neq 0$. Dan mempertimbangkan persamaan (2), $S_i \neq 0$ menyebabkan haruslah $\lambda_i = 0$. Sehingga diperoleh

$$\lambda_i g_i(\mathbf{x}) = 0, \text{untuk } i = 1,2, \dots, m.$$

Dengan demikian, syarat perlu metode KKT untuk masalah memaksimumkan adalah sebagai berikut:

1. $\boldsymbol{\lambda} \geq 0$
2. $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \partial f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}\, \partial \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$
3. $\lambda_i g_i(\mathbf{x}) = 0$
4. $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$

untuk $i = 1,2, \dots, m$.

Jika permasalahannya adalah meminimumkan nilai fungsi objektif, maka kondisi 2, 3 dan 4 juga merupakan syarat perlu untuk metode KKT, namun kondisi 1, yaitu pengali Lagrange (λ) haruslah bernilai negatif (Taha, 2017).

Analisis sensitivitas merupakan alat analisis berupa pendekatan yang diperlukan apabila terjadi perubahan pada pembatas kendala, koefisien kendala, koefisien fungsi tujuan, penambahan variabel baru, dan penambahan kendala baru.

Penelitian sebelumnya yang telah menggunakan metode Karush-Kuhn-Tucker diantaranya penelitian oleh Safitri, dkk (2019) dengan judul "Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru)" Penelitian ini memiliki empat variabel, perbedaan pada penelitian ini adalah objek yang diteliti. Berdasarkan metode kuhn-Tucker memperoleh keuntungan optimal sebesar Rp. 5.600.000,-. Sa'ban (2020) melakukan penelitian dengan judul "Penerapan Metode Karush-Kuhn-Tucker Untuk Optimalisasi Produksi". Penelitian yang di lakukan di pabrik kerupuk Al-Barakah Manokwari, Papua ini memperoleh hasil keuntungan berdasarkan metode Kuhn-Tucker sebesar Rp. 1.437.000,-. Penelitian ini menggunakan 4 variabel keputusan.

(Setiawan & Pramesti, 2018) melakukan penelitian berjudul "Penggunaan Kriteria Karush-Kuhn-Tucker (KKT) dalam Analisis *Economic Order Quantity* (EOQ) Model Inventory dalam Permasalahan Rantai Pasok. Dari penelitian tersebut dilihat bahwa KKT dapat memberikan informasi mengenai nilai optimum dari variabel keputusan sehingga dapat meminimumkan total biaya yang dibutuhkan sistem. (Resti, 2019) telah melakukan penelitian dengan topik serupa namun berbeda metode penyelesaian dengan judul "Penerapan Metode Fuzzy Tsukamoto Untuk Menentukan Jumlah Produksi Obat Ikan Di UD. Indo Multi Fish Tulungagung". Penelitian ini membahas tentang bagaimana memperkirakan jumlah obat yang harus diproduksi oleh toko IMF agar sesuai antara persediaan dan permintaan, serta mendapatkan keuntungan secara maksimal.

Metode Penelitian

I. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data primer. Data primer merupakan data yang secara langsung diperoleh oleh peneliti terhadap subjek penelitian (Untari, 2020). data primer yang diambil melalui wawancara dengan pemilik usaha Mi Aceh Pattimura yang berada di Jl. Pattimura, Kota Jambi. Data yang diambil merupakan data waktu penyajian mi aceh per hari, bahan baku yang digunakan, modal serta harga jual.

Focus ACTion Of Research Mathematic
Volume 3, No. 2, Juni, 2021
Page 83 - 98
ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: 10.30762/factor-m.v3i2.3226

II. Langkah-langkah Penelitian

1. Identifikasi Masalah

Pada penelitian ini akan dilakukan analisis terhadap optimasi jumlah produksi pada usaha Mi Aceh Pattimura dengan data bahan baku, modal, harga jual dan waktu penyajian sebagai pertimbangan.

2. Pengumpulan Data

Data-data dalam penelitian dikumpulkan dengan cara :

a. Melakukan penelitian langsung di tempat usaha.
b. Melakukan wawancara kepada pelaku usaha Mi Aceh Pattimura yang berkaitan dengan informasi yang dibutuhkan.
c. Data yang diperlukan yaitu data bahan baku, modal, harga jual dan waktu penyajian.

3. Menentukan variabel keputusan.
4. Merumuskan fungsi tujuan.
5. Merumuskan fungsi kendala.
6. Penyelesaian masalah optimasi menggunakan metode Karush-Kuhn-Tucker dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Membentuk model pemograman linier yang mengandung fungsi tujuan dan fungsi kendala
b. Mengubah kendala menjadi bentuk persamaan dengan menambahkan variabel slack S_i^2.
c. Membentuk fungsi lagrange sebagai berikut:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}) = f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{S^2})$$

d. Mencari solusi $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S})$ yang memenuhi kondisi KKT:

$$\boldsymbol{\lambda} \geq 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_i} = 0$$

e. Menghitung nilai maksimum terkait fungsi tujuan Lagrange.

Hasil dan Pembahasan

1. Data Bahan Baku Mi Aceh Pattimura

Tabel 1

Data Bahan Baku Mi Aceh Pattimura

Bahan Baku	Komposisi untuk satu porsi (gram)						Bahan yang tersedia perhari (gram)
	Mi Aceh Kuah	Mi Aceh Goreng	Mi Aceh Tumis	Mi Aceh Daging	Mi Aceh Ayam	Mi Aceh Udang	
Mi	110	110	100	95	95	95	10.000
Bahan Utama	162	160	196	43	43	30,5	9.450
Bahan Pelengkap	0	27	26,5	28	28	28	2.350
Bumbu Mi Aceh	15	15	15	15	15	15	1.500
Daging Sapi	0	0	0	50	0	0	1.000
Daging Ayam	0	0	0	0	75	0	1.500
Daging Udang	0	0	0	0	0	50	1.000

2. **Data Waktu Penyajian Mi Aceh Pattimura**

Tabel 2

Data Waktu Penyajian Mi Aceh Pattimura

Jenis Mi	Waktu Penyajian (Menit)
Mi Aceh Kuah	4
Mi Aceh Goreng	3
Mi Aceh Tumis	3
Mi Aceh Daging	6
Mi Aceh Ayam	6
Mi Aceh Udang	5
Batasan	480

3. ***Data modal dan harga jual Mi Aceh Pattimura***

Modal merupakan seluruh biaya langsung yang dikeluarkan untuk memperoleh suatu produk yang dijual. Harga jual untuk masing-masing produk memiliki harga yang berbeda-beda karena menggunakan jenis bahan yang berbeda. Data modal dan harga jual Mi Aceh Pattimura dapat dilihat pada tabel berikut ini:

ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: **10.30762/factor-m.v3i2.3226**

Tabel 3

Data modal dan harga jual Mi Aceh Pattimura

	Mi Aceh Kuah	**Mi Aceh Goreng**	**Mi Aceh Tumis**	**Mi Aceh Daging**	**Mi Aceh Ayam**	**Mi Aceh Udang**
Modal per porsi (Rupiah)	4.000	5.000	5.000	7.000	7.000	7.000
Harga jual per porsi (Rupiah)	10.000	12.000	12.000	15.000	15.000	15.000
Keuntungan (Rupiah)	6.000	7.000	7.000	8.000	8.000	8.000

4. Perumusan Variabel Keputusan

Variabel keputusan pada penelitian adalah :

x_1 = banyaknya porsi mi aceh kuah yang diproduksi

x_2 = banyaknya porsi mi aceh goreng yang diproduksi

x_3 = banyaknya porsi mi aceh tumis yang diproduksi

x_4 = banyaknya porsi mi aceh daging yang diproduksi

x_5 = banyaknya porsi mi aceh ayam yang diproduksi

x_6 = banyaknya porsi mi aceh udang yang diproduksi

5. Perumusan Model Program Linier

Berdasar informasi pada Tabel 1, Tabel 2 dan Tabel 3, maka dibentuk model program linier sebagai berikut:

Maksimumkan :

$$\begin{aligned} z = f(\mathbf{x}) = 6.000x_1 + 7.000x_2 \\ + 7.000x_3 + 8.000x_4 \\ + 8.000x_5 + 8.000x_6 \end{aligned}$$

Dengan kendala :

$$\begin{aligned} 110x_1 + 110x_2 + 100x_3 + 95x_4 + 95x_5 \\ + 95x_6 \leq 10000 \\ 162x_1 + 160x_2 + 196x_3 + 43x_4 + 43x_5 \\ + 30{,}5x_6 \leq 9450 \\ 15x_1 + 15x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 15x_5 \\ + 15x_6 \leq 1500 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 6x_5 \\ + 5x_6 \leq 480 \end{aligned}$$

$$27x_2 + 26{,}5x_3 + 28x_4 + 28x_5 + 28x_6 \leq 2350$$

$$50x_4 \leq 1000$$

$$75x_5 \leq 1500$$

$$50x_6 \leq 1000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Untuk menemukan solusi dari program linier tersebut dengan metode KKT, kendala dapat ditulisakan bentuk persamaan sebagai berikut:

$$f(\mathbf{x}) = 6000x_1 + 7000x_2 + 7000x_3 + 8000x_4 + 8000x_5 + 8000x_6$$

$$g_1(\mathbf{x}) = 110x_1 + 110x_2 + 100x_3 + 95x_4 + 95x_5 + 95x_6 - 10000 = 0$$

$$g_2(\mathbf{x}) = 162x_1 + 160x_2 + 196x_3 + 43x_4 + 43x_5 + 30{,}5x_6 - 9450 = 0$$

$$g_3(\mathbf{x}) = 15x_1 + 15x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 15x_5 + 15x_6 - 1500 = 0$$

$$g_4(\mathbf{x}) = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 6x_5 + 5x_6 - 480 = 0$$

$$g_5(\mathbf{x}) = 27x_2 + 26{,}5x_3 + 28x_4 + 28x_5 + 28x_6 - 2350 = 0$$

$$g_6(\mathbf{x}) = 50x_4 - 1000 = 0$$

$$g_7(\mathbf{x}) = 75x_5 - 1500 = 0$$

$$g_8(\mathbf{x}) = 50x_6 - 1000 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8 \geq 0$$

Maka fungsi Lagrange dari model program linier ini adalah :

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}) = f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{S^2})$$

$$\begin{aligned} &L\begin{pmatrix} x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \\ \lambda_8, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8 \end{pmatrix} \\ &= 6.000x_1 + 7.000x_2 + 7.000x_3 \\ &+ 8.000x_4 + 8.000x_5 + 8.000x_6 \\ &- \lambda_1\big(110x_1 + 110x_2 + 100x_3 + 95x_4 \\ &+ 95x_5 + 95x_6 + {S_1}^2 - 10.000\big) \\ &- \lambda_2\big(162x_1 + 160x_2 + 196x_3 + 43x_4 \\ &+ 43x_5 + 30{,}5x_6 + {S_2}^2 - 9.450\big) \\ &- \lambda_3\big(15x_1 + 15x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 15x_5 \\ &+ 15x_6 + {S_3}^2 - 1.500\big) \\ &- \lambda_4\big(4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 6x_5 + 5x_6 \\ &+ {S_4}^2 - 480\big) \\ &- \lambda_5\big(27x_2 + 26{,}5x_3 + 28x_4 + 28x_5 \\ &+ 28x_6 + {S_5}^2 - 2.350\big) \\ &- \lambda_6\big(50x_4 + {S_6}^2 - 1.000\big) \\ &- \lambda_7\big(75x_5 + {S_7}^2 - 1.500\big) \\ &- \lambda_8\big(50x_6 + {S_8}^2 \\ &- 1.000\big) \end{aligned} \quad (7)$$

Fungsi lagrange menjadi fungsi tujuan baru untuk mengetahui jumlah produksi harian guna memperoleh keuntungan optimum. Selanjutnya akan

Focus ACTion Of Research Mathematic
Volume 3, No. 2, Juni, 2021
Page 83 - 98
ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: 10.30762/factor-m.v3i2.3226

ditemukan nilai maksimum dari fungsi tujuan tersebut dengan menemukan solusi dari persamaan-persamaan berikut yang merupakan syarat perlu untuk metode KKT:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}) = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}) = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_i}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}) = 0$$
$$\lambda_i \geq 0$$

dengan $i = 1,2,3, \dots, n$

Sehingga berdasarkan fungsi Lagrange dalam penelitian ini, diperoleh persamaan-persamaan berikut terkait syarat perlu untuk metode KKT:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 6.000 - 110\lambda_1 - 162\lambda_2 - 15\lambda_3 - 4\lambda_4 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 7.000 - 110\lambda_1 - 160\lambda_2 - 15\lambda_3 - 3\lambda_4 - 27\lambda_5 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 7.000 - 100\lambda_1 - 196\lambda_2 - 15\lambda_3 - 3\lambda_4 - 26{,}5\lambda_5 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_4} = 8.000 - 95\lambda_1 - 43\lambda_2 - 15\lambda_3 - 6\lambda_4 - 28\lambda_5 - 50\lambda_6 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_5} = 8.000 - 95\lambda_1 - 43\lambda_2 - 15\lambda_3 - 6\lambda_4 - 28\lambda_5 - 75\lambda_7 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_6} = 8.000 - 95\lambda_1 - 30{,}5\lambda_2 - 15\lambda_3 - 5\lambda_4 - 28\lambda_5 - 50\lambda_8 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = -110x_1 - 110x_2 - 100x_3 - 95x_4 - 95x_5 - 95x_6 - {S_1}^2 + 10.000 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -162x_1 - 160x_2 + 196x_3 - 43x_4 - 43x_5 - 30{,}5x_6 - {S_2}^2 + 9.450 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = -15x_1 - 15x_2 - 15x_3 - 15x_4 - 15x_5 - 15x_6 - {S_3}^2 + 1.500 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = -4x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 6x_4 - 6x_5 - 5x_6 - {S_4}^2 + 480 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = -27x_2 - 26{,}5x_3 - 28x_4 - 28x_5 - 28x_6 - {S_5}^2 + 2.350 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6} = -50x_4 - {S_6}^2 + 1.000 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7} = -75x_5 - {S_7}^2 + 1.500 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_8} = -50x_6 - {S_8}^2 + 1.000 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = -2\lambda_1 S_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = -2\lambda_2 S_2 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = -2\lambda_3 S_3 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = -2\lambda_4 S_4 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_5} = -2\lambda_5 S_5 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_6} = -2\lambda_6 S_6 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_7} = -2\lambda_7 S_7 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial S_8} = -2\lambda_8 S_8 = 0$$

(8)

Persamaan-persamaan pada (8) merupakan sistem persamaan non linier. Berdasarkan penemuan solusi secara numerik terhadap sistem persamaan (8), diperoleh solusi yang memenuhi kondisi KKT serta keadaan $\lambda_i \geq 0$ dan $S_i^2 \geq 0$ adalah sebagai berikut:

$\lambda_1 = 0$
$\lambda_2 = 0{,}5149330587$
$\lambda_3 = 394{,}4387230$
$\lambda_4 = 0$
$\lambda_5 = 37{,}07518023$
$\lambda_6 = 20{,}46343975$
$\lambda_7 = 13{,}64229317$
$\lambda_8 = 20{,}59217302$
$S_1 = 9{,}579199918$
$S_2 = 0$
$S_3 = 0$
$S_4 = 2{,}273747547$
$S_5 = 0$
$S_6 = 0$
$S_7 = 0$
$S_8 = 0$
$x_1 = 14{,}83007209$
$x_2 = 5{,}993820803$
$x_3 = 19{,}17610711$
$x_4 = 20$
$x_5 = 20$
$x_6 = 20$

Berdasarkan nilai λ_i, S_i dan x_i tersebut, maka diperoleh nilai optimal untuk fungsi Lagrange

$$L\begin{pmatrix} x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \\ \lambda_8, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8 \end{pmatrix}$$
$= 745.169{,}93$

Jadi, untuk memperoleh keuntungan maksimum, maka jumlah produksi harian usaha Mi Aceh Pattimura adalah 14,83 porsi untuk mi aceh kuah, 5,99 porsi untuk mi aceh goreng, 19,17 porsi untuk mi aceh tumis, 20 porsi untuk mi aceh daging, 20 porsi untuk mi aceh ayam, dan 20 porsi untuk mi aceh udang dengan keuntungan optimum yang diperoleh sebesar Rp. 745.169,93.

6. Analisis Sensitivitas Perubahan Pada Koefisien Fungsi Tujuan

ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: **10.30762/factor-m.v3i2.3226**

Pada penelitian ini, akan diamati bagaimana sensitivitas dari koefisien dari variabel keputusan pada fungsi tujuan. Artinya akan diamati keadaan nilai-nilai keuntungan untuk masing-masing jenis mi aceh sehingga bisa di prediksi kapan solusi optimum akan tetap atau berubah. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas ini, maka seandainya harga jual atau modal berubah, maka pelaku usaha masih dapat membayangkan apakah jumlah produksi optimal untuk masing-masing jenis mi aceh akan tetap atau berubah. Namun setiap perubahan keuntungan pada setiap mi aceh, tentunya akan berdampak pada perubahan nilai keuntungan secara total.

Tabel 4

Hasil analisis sensitivitas terhadap koefisien variabel pada fungsi tujuan

Variabel Keputusan	Nilai optimum variabel keputusan	Koefisien Fungsi Tujuan	Peningkatan koefisien yang diizinkan	Penurunan koefisien yang diizinkan
x_1	14,83	6000	1000	5461,02
x_2	5,99	7000	18,86	1058,82
x_3	19,18	7000	1313,44	18,51
x_4	20	8000	10^{30}	1023,17
x_5	20	8000	10^{30}	1023,17
x_6	20	8000	10^{30}	1029,60

Berdasarkan Tabel 4, titik optimum (jumlah produksi optimal untuk setiap jenis Mi Aceh) sebagaimana yang diperoleh pada *section* 4.5 tidak akan berubah jika keuntungan dari mi aceh kuah berada dalam interval Rp.538,97 hingga Rp.7000, atau keuntungan mi goreng berada dalam interval Rp.5.941,18 hingga Rp.7.018,87, atau keuntungan mi aceh tumis berada dalam interval Rp.6.981,48 hingga Rp. 8.313,44, atau keuntungan dari mi aceh daging dan mi aceh ayam masing-masingnya lebih dari Rp. 6.976,83 atau keuntungan dari mi aceh udang lebih dari Rp.6.970,39. Walau jumlah produksi optimal dari masing-masing jenis mi aceh tidak berubah, namun nilai keuntungan maksimum secara keseluruhan akan berubah sesuai dengan formula nilai fungsi objektif pada model program linier.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian terhadap usaha Mi Aceh Pattimura, dan berdasarkan model pemrograman linier yang dibentuk, maka dengan metode Karush-Kuhn-Tucker diperoleh kesimpulan bahwa untuk meraih keuntungan maksimum, maka jumlah produksi yang harus dicapai oleh pelaku usaha adalah 14,83 porsi untuk mi aceh kuah, 5,99 porsi untuk mi aceh goreng, 19,17 porsi untuk mi aceh tumis, 20 porsi untuk mi aceh daging, 20 porsi untuk mi aceh ayam, dan 20 porsi untuk mi aceh udang dengan keuntungan optimum yang diperoleh sebesar Rp.745.169,9279. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas, jumlah produksi optimal tersebut tidak akan berubah seandainya terjadi perubahan keuntungan untuk masing-masing jenis mi aceh dengan nilai perubahan keuntungan adalah sebagaimana yang diilustrasikan pada Tabel 4.

Daftar Pustaka

Arifin, S. (2020). Matrix Laplace Transform Method And It Applications On Spring-Mass Systems. *Factor M*, *2*(2), 85–101.

Liu, S., Sun, L., Zhu, S., Li, J., Chen, X., & Zhong, W. (2020). Operation strategy optimization of desulfurization system based on data mining. *Applied Mathematical Modelling*, *81*, 144–158. https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.12.004

Moengin, P. (2011). *Metode Optimasi*. CV. Muara Indah.

Rafflesia, U., & Widodo, F. H. (2014). *Pemrograman Linier* (M. Simanihuruk (ed.)). Badan Penerbitan Fakultas Pertanian UNIB.

Sa'ban, A. (2020). Penerapan Metode Kuhn Tucker untuk Optimalisasi Produksi. *Etheses Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim*, *1*, 1–9.

Safitri, E., Basriati, S., & Zahara, A. (2019). Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus : Toko Baju Mitra Pekanbaru). *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika: Jurnal Hasil Penelitian Matematika, Statistika, Dan Aplikasinya*, *5*(1), 30–39.

Sinha, A., Soun, T., & Deb, K. (2019). Using Karush-Kuhn-Tucker proximity measure for solving

ISSN: 2655-3511 (print)
ISSN: 2656-307X (online)
DOI: **10.30762/factor-m.v3i2.3226**

bilevel optimization problems. *Swarm and Evolutionary Computation*, *44*, 496–510. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.06.004

Surur, A. M., Oktafiani, T., Munawaroh, F., Sari, N. S. N., & Istiqomah, N. W. (2020). Peran Orang Tua Terhadap Peningkatan Prestasi Matematika Anak. *Factor M*, *3*(1), 49–59.

Syamsudin, A. (2020). Analisis Kesalahan Coding Bahasa Pemrograman Java Pada Matakuliah Algoritma Pemrograman Mahasiswa Tadris Matematika IAIN Kediri. *Factor M*, *2*(2), 102–114.

Taha, H. A. (2017). *Operations Research An Introduction* (Tenth). Pearson Education.

Untari, E. (2020). Efektivitas Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Pair Share (TPS) Dan Tipe Time Token Arends Terhadap Prestasi Belajar Matematika Ditinjau dari Kemampuan Berinteraksi Siswa. *Factor M*, *3*(1).

Resti, N. C. (2019). Penerapan Metode Fuzzy Tsukamoto Untuk menentukan Jumlah Produksi Obat Ikan di UD. Indo Multi Fish. Factor-M, 106-113.

Setiawan, R., & Pramesti, G. (2018). Penggunaan Kriteria Karush-Kuhn-Tucker (KKt) dalam Analisis Economic Order Quantity (EOQ) Model Inventory dalam Permasalahan Rantai Pasok. Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika SOLUSI, 327-332.