

LEARNING TRAJECTORY KONSEP NILAI TEMPAT TIGA ANGKA

Ulsana Puji Lestari,^{1*}

¹SDN Jogosimo Kebumen, Indonesia

¹ulsanapuji@gmail.com

*Correspondance

Received: 2022-04-23; Approved: 2022-06-09; Published: 2022-06-25

ABSTRACT

Learning place values from 2 digits to multi-digit requires various forms of representation. The representation will bring up a variety of Hypothetical Learning Trajectory (HLT) in the form of predictions of possible student responses, which will later produce the actual student learning trajectory. This study aims to find students' learning trajectory patterns and determine the factors that influence students' learning trajectory patterns in the 3-digit place value material. The research design uses qualitative research. The learning trajectory pattern was obtained through analysing student responses in the field based on the previously designed HLT. The subjects of this study were 50 students of grade II from three elementary schools in the Kebumen Regency. The research instrument is a written test and field notes. The written test contains four place value questions with a horizontal representation strategy. Field notes in the form of student responses by watching videos during the application of lesson design accompanied by making transcripts to further clarify the word for word that comes out as a form of response during learning so that the suitability of the response with HLT can be known. The results of this study indicate that the student's learning trajectory pattern takes place through the application of a didactic design consisting of 4 types of lesson designs that place the number 0 in different positions. The application of didactic design can also direct students to learn independently gradually. Meanwhile, the learning trajectory supporting factors consist of students' prerequisite abilities, planning and learning processes, and the use of learning resources.

KEYWORDS: Hypothetical Learning Trajectory; Lesson Design; Place Value Concept.

ABSTRAK

Pembelajaran nilai tempat dari 2 angka sampai multidigit membutuhkan berbagai bentuk representasi. Representasinya akan memunculkan beragam *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), berupa prediksi kemungkinan-kemungkinan respon siswa yang nantinya akan menghasilkan *learning trajectory* siswa yang sebenarnya. Penelitian ini bertujuan menemukan pola *learning trajectory* siswa dan mengetahui faktor yang mempengaruhi pola *learning trajectory* siswa pada materi nilai tempat 3 angka. Desain penelitian menggunakan penelitian kualitatif. Pola *learning trajectory* diperoleh melalui analisis respon siswa di lapangan berdasarkan HLT yang telah dirancang sebelumnya. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas II dari tiga SD di Kabupaten Kebumen berjumlah 50 orang. Instrumen penelitian ini adalah tes tertulis dan catatan lapangan. Tes tertulis berisi empat soal nilai tempat dengan strategi representasi mendatar. Catatan lapangan berupa respon siswa dengan melihat video selama penerapan *lesson design* disertai dengan pembuatan transkrip agar lebih

memperjelas kata per kata yang keluar sebagai bentuk respon selama pembelajaran sehingga dapat diketahui kesesuaian antara respon dengan HLT. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pola *learning trajectory* siswa berlangsung melalui penerapan desain didaktis yang terdiri 4 jenis *lesson design* yang menempatkan angka 0 pada posisi berbeda. Penerapan desain didaktis juga mampu mengarahkan siswa belajar mandiri secara bertahap. Sedangkan Faktor penunjang *learning trajectory* terdiri dari kemampuan prasyarat siswa, perencanaan dan proses pembelajaran, penggunaan sumber belajar.

KATA KUNCI: Desain Pelajaran; *Hypothetical Learning Trajectory*; Konsep Nilai Tempat.

PENDAHULUAN

Penguasaan konsep operasi bilangan cacah telah menjadi perhatian bagi para pembuat kurikulum di luar negeri. Selain konsep penjumlahan dan pengurangan, konsep operasi bilangan perkalian dan pembagian bilangan cacah juga memiliki urgensi yang sama. Pada hakikatnya, operasi perkalian adalah operasi penjumlahan yang dilakukan secara berulang sehingga untuk memahami konsep perkalian pada bilangan cacah harus memahami terlebih dahulu konsep penjumlahan (Prabawanto & Rahayu, 2006). Sedangkan konsep pembagian merupakan pengurangan berulang sampai habis (Heruman, 2007). Oleh karena itu, syarat utama yang harus dimiliki siswa dalam mempelajari konsep pembagian adalah pengurangan dan perkalian (Walle, 2007; Simanjuntak, 1992).

Keempat konsep operasi bilangan cacah saling berkaitan satu sama lain. Betapa pentingnya konsep operasi bilangan cacah maka guru harus memberikan perhatian khusus karena menjadi landasan konsep matematika selanjutnya. Setelah melakukan telaah, ternyata pemahaman konsep operasi bilangan cacah merupakan tujuan besar dari konsep nilai tempat. Oleh karena itu, guru harus terlebih dahulu mengajarkan konsep nilai tempat dengan benar sebelum siswa mempelajari konsep operasi bilangan cacah. Sebagaimana pendapat Fuson, “*Concepts of place value are taught and practiced first, and teaching the addition and subtraction procedures assumes that children understand the place-value concepts*”(Fuson, 1986). Dengan memahami nilai tempat, siswa dapat membaca, memberi simbol, dan melakukan manipulasi (melakukan operasi) dengan semua bilangan (Thompson, 2000).

Di beberapa negara, penanaman konsep nilai tempat telah mendapatkan perhatian khusus dari para pembuat kebijakan kurikulum dengan mengadakan berbagai riset mengenai materi nilai tempat. Sebagaimana penelitian yang dilakukan oleh Chandler & Kamii mengenai pembelajaran konsep nilai tempat 2 angka menggunakan

uang koin 10 sen dan 1 sen yang bertujuan untuk menentukan nilai tempat bilangan 2 angka dengan cara mengelompokkan uang recehan sebagai dasar sebelum memperkenalkan konsep nilai tempat 3 angka dan multidigit (Chandler & Kamii, 2009). Penelitian lain dilakukan oleh Mix., dkk dengan partisipan siswa Sekolah Dasar (SD) yang berumur 7-9 tahun. Hasilnya adalah sebagian besar siswa SD di Michigan mahir dalam menginterpretasikan bilangan 2 dan 3 angka dalam bentuk nilai tempat, akan tetapi sulit untuk bilangan multidigit (Mix et al., 2014). Sementara itu, penelitian Bussi menghasilkan fakta bahwa di China, siswa kelas 1 sampai 3 dituntut untuk dapat mengenali, membaca, dan menulis bilangan hingga sepuluh ribuan, serta dapat menyebutkan nilai setiap angka sesuai dengan nilai tempatnya (Bussi & G, 2011).

Kurikulum di negara maju menyadari bahwa untuk menanamkan konsep penjumlahan dan pengurangan yang benar dan kuat guru harus terlebih dahulu mengajarkan konsep nilai tempat secara benar di kelas III dengan urutan mulai dari nilai tempat 2 angka (puluhan), 3 angka (ratusan), 4 angka (ribuan), dan multidigit (Bednarz & Janvier, 1988; Fuson, 1986; Fuson & Briars, 1990; Kamii & Joseph, 1989). Pembelajaran nilai tempat dari 2 sampai multidigit membutuhkan berbagai bentuk representasi, seperti alat manipulatif dan simbol-simbol tertulis, gambar-gambar, dan membangun koneksi antar materi sehingga dapat menghasilkan pemahaman yang lebih koheren tentang nilai tempat (Hiebert & Wearne, 1996). Bahkan Ross melakukan pembelajaran nilai tempat 2 angka pada siswa SD kelas II menggunakan kacang, stik kayu, gambar lingkaran, dan blok dienes untuk mengukur media mana yang paling efektif digunakan untuk siswa SD (Ross, 1986). Hal ini senada dengan pendapat Steffe & Cobb dalam Hiebert & Wearne yang menyatakan bahwa pemahaman nilai tempat menyangkut menghubungkan antara ide dasar nilai tempat, seperti himpunan objek dengan pengelompokkan sepuluh dan memperlakukan sisanya sebagai satuan-satuan (Hiebert & Wearne, 1992).

Berdasarkan ketiga penelitian tersebut terlihat bahwa konsep nilai tempat mendapat perhatian serius di berbagai negara. Sedangkan, apabila merujuk pada kurikulum matematika SD di Indonesia yang berlaku saat ini yaitu kurikulum 2013, materi nilai tempat yang diajarkan hanya nilai tempat 2 angka (puluhan) di kelas I dan 3 angka (ratusan) di kelas II (Astuti, 2017; Hendrifiana et al., 2017). Sedangkan materi nilai tempat 4 angka (ribuan) dan multidigit tidak diajarkan. Hal ini juga merupakan suatu hal yang patut dipertanyakan mengenai alasan tidak diajarkannya materi nilai tempat multidigit pada pembelajaran matematika SD di Indonesia. Berdasarkan telaah

buku siswa kurikulum 2013 tersebut, maka penelitian ini mengambil materi konsep nilai tempat 3 angka yang diajarkan di kelas II. Alasannya adalah untuk mengetahui pengetahuan siswa terhadap konsep nilai tempat 2 angka, penjumlahan, perkalian, nama dan lambang bilangan sampai 99 yang telah dipelajari di kelas I. Selain itu, tidak tertutup kemungkinan adanya hambatan belajar yang muncul selama siswa mempelajari materi nilai tempat 3 angka.

Usaha untuk meminimalkan hambatan belajar tersebut dapat dilakukan dengan menganalisis *learning trajectory* siswa. *Learning trajectory* merupakan suatu lintasan belajar yang memberi isyarat mengenai pengetahuan prasyarat yang telah dimiliki oleh siswa serta proses berpikir dan langkah-langkah yang siswa terapkan dalam proses belajar (Simon & Tzur, 2004). Hal ini penting karena dalam pembelajaran perlu adanya keterkaitan antara konsep prasyarat dengan konsep selanjutnya sehingga tidak ada lompatan alur berpikir yang dapat menimbulkan *learning obstacle*. Setelah guru mengkaji *learning trajectory*, maka guru akan mengetahui tujuan besar konsep materi nilai tempat 3 angka sehingga dapat menggunakannya sebagai tangga untuk menjembatani alur berpikir anak dalam mempelajari materi selanjutnya. Selain itu, berguna pula untuk mengetahui konteks yang dapat membantu siswa dalam usaha memahami konsep nilai tempat 3 angka.

Berdasarkan paparan di atas, terlihat jelas bahwa guru perlu memiliki pengetahuan mengenai *learning trajectory*. Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah untuk menemukan pola *learning trajectory* siswa pada materi nilai tempat 3 angka. Selain itu, penelitian ini juga akan mengkaji mengenai faktor yang mempengaruhi pola *learning trajectory* siswa pada materi nilai tempat 3 angka.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di tiga SD di Kabupaten Kebumen, Jawa Tengah. Terdapat 50 siswa kelas II yang berusia rata-rata 7-8 tahun sebagai partisipan. Ketiga SD itu telah menggunakan kurikulum 2013. Instrumen penelitian ini adalah tes tertulis dan catatan lapangan. Tes tertulis berisi empat soal nilai tempat dengan strategi representasi mendarat. Catatan lapangan berupa respon siswa dengan melihat video selama penerapan *lesson design* disertai dengan pembuatan transkrip agar lebih memperjelas kata per kata yang keluar sebagai bentuk respon selama pembelajaran sehingga dapat diketahui kesesuaian antara respon dengan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). Penelitian ini menggunakan metode kualitatif yang akan

mengeksplorasi fenomena sentral berupa *learning trajectory* pada materi nilai tempat 3 angka. Sebagaimana penelitian kualitatif lainnya, uji keabsahan data penelitian ini mengikuti empat indikator yaitu kredibilitas, *transferability*, kebergantungan dan kepastian. Adapun teknik yang digunakan adalah perpanjangan waktu pengamatan dan triangulasi data, dan kecukupan referensial (Putra, 2012, p. 224).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pola *learning trajectory* diperoleh melalui analisis respon siswa di lapangan berdasarkan HLT yang telah dirancang sebelumnya. HLT terdiri dari tiga komponen yaitu tujuan pembelajaran, kegiatan pembelajaran, dan hipotesis proses pembelajaran yang memprediksi perkembangan pikiran siswa (Putri et al., 2020). Peneliti mencatat respon siswa dengan melihat video selama penerapan *lesson design* sehingga dapat diketahui kesesuaian antara respon dengan HLT. Selain itu, analisis video penerapan *lesson design* juga bertujuan untuk menganalisis ketepatan pemilihan dan pemberian antisipasi didaktis yang diberikan berdasarkan respon terutama respon-respon yang belum diprediksi sebelumnya. Analisis terhadap video penerapan *lesson design* disertai dengan pembuatan transkrip agar lebih memperjelas kata per kata yang keluar sebagai bentuk respon selama pembelajaran.

Pola *Learning Trajectory Lesson Design* 1: Angka 0 di Tempat Puluhan dan Satuan

HLT yang telah dibuat pada *lesson design* bertujuan untuk memprediksi alur berpikir siswa (*learning trajectory*). Setelah setiap *lesson design* diterapkan maka akan terlihat *learning trajectory* yang dilalui oleh siswa (Daro et al., 2011). Guru akan memberikan antisipasi didaktis terhadap berbagai respon yang ditunjukkan oleh siswa. Penerapan *lesson design* 1 memunculkan *learning trajectory* baik yang telah terprediksi (HLT) maupun yang belum diprediksi (Clements & Sarama, 2004; Brown et al., 2007). Pola *learning trajectory* pada situasi aksi membutuhkan paling banyak antisipasi didaktis karena banyak terdapat respon siswa yang tidak terprediksi sebelumnya.

Urutan *learning trajectory* yang dapat dilalui siswa saat penanaman konsep nilai tempat dengan angka 0 yang menempati nilai tempat puluhan dan satuan sebagai berikut: (1) Ide bilangan 99 dan 100; (2) Korelasi kubus satuan, puluhan dan ratusan; (3) Konsep kartu nilai, 0 puluhan dan 0 satuan; (4) Konsep nilai ratusan, puluhan, satuan; (5) Konsep kartu lambang bilangan; (6) Konsep lambang dan nama bilangan;

(7) Representasi perkalian dan penjumlahan berdasarkan nilai tempat; (8) Kesimpulan nilai angka berdasarkan nilai tempat.

Pola Learning Trajectory Lesson Design 2: Angka 0 di Tempat Puluhan

Pola *learning trajectory lesson design 2* siswa masih mengalami kesulitan yang sama yaitu menentukan sisa kubus satuan. Namun, intervensi guru mulai berkurang dibandingkan pada situasi aksi *lesson design 1* dikarenakan pengalaman siswa saat membagi 100-900 kubus satuan pada *lesson design 1*. Selanjutnya terdapat respon yang tidak terduga dari siswa yaitu siswa tidak mempraktikkan saat membagi 101-109 kubus satuan menjadi kubus puluhan dan ratusan. Siswa langsung menuliskan berdasarkan urutan angkanya saja. Guru tidak melakukan antisipasi didaktis karena semua respon yang dimunculkan oleh siswa masih berada dalam koridor yang sesuai.

Urutan *learning trajectory* yang dapat dilalui siswa saat penanaman konsep nilai tempat dengan angka 0 yang menempati nilai tempat puluhan sebagai berikut: (1) Ide bilangan 101 dan konsep 0 satuan; (2) Gambar kubus ratusan, puluhan, dan satuan; (3) Kartu nilai dan kartu lambang bilangan; (4) Konsep lambang dan nama bilangan; (5) Konsep perkalian dasar 0, 1, 10, dan 100; (6) Penjumlahan dengan angka 0 dan 1; (7) Kesimpulan nilai angka berdasarkan nilai tempatnya

Pola Learning Trajectory Lesson Design 3: Angka 0 di Tempat Satuan

Pada penerapan *lesson design 3*, guru hanya melakukan 5 kali antisipasi didaktis selama pembelajaran. Dapat dikatakan bahwa siswa sudah dapat belajar mandiri untuk membangun pengetahuan baru dan guru hanya sebagai fasilitator apabila ada siswa yang melenceng dari alur berpikir yang relevan. Pola *learning trajectory lesson design 3* semua kelompok menggabungkan sisa kubus puluhan pada kubus ratusan yang telah terbentuk sehingga muncul kesan bahwa tidak terdapat sisa kubus puluhan pada kumpulan kubus satuan yang berjumlah 110. Namun, setelah diantisipasi oleh guru untuk memisahkan sisa kubus puluhan yang tidak termasuk dalam kubus ratusan sehingga melalui cara ini siswa dapat membangun sendiri konsep bahwa 110 kubus satuan dapat membentuk 1 kubus ratusan dan 1 kubus puluhan. Bahkan siswa mampu menggeneralisasikannya sampai pada kumpulan kubus satuan yang berjumlah 190 tanpa harus bertanya lagi kepada guru.

Siswa sangat mandiri saat pembelajaran dengan menerapkan sehingga tidak banyak antisipasi yang dilakukan oleh guru. Siswa melewati *learning trajectory* yang

sama dengan pembelajaran *lesson design* 1 dan 2. Hal ini membuat intervensi guru sangat sedikit dan komunikasi antara guru dan siswa tidak terlalu banyak sebaliknya siswa lebih banyak berkomunikasi dengan teman sekelompoknya untuk berdiskusi. Urutan *learning trajectory* yang dapat dilalui siswa saat penanaman konsep nilai tempat dengan angka 0 yang menempati nilai tempat satuan sebagai berikut: (1) Ide bilangan 110; (2) Konsep 0 satuan; (3) Gambar kubus ratusan, puluhan dan satuan; (4) Kartu nilai dan kartu lambang bilangan; (5) Konsep perkalian dasar 0 dan 10; (6) Penjumlahan dengan angka 0 dan 10; (7) Kesimpulan nilai angka berdasarkan nilai tempat

Pola Learning Trajectory Lesson Design 4: Tanpa Angka 0 di Tempat Puluhan dan Satuan

Pola *learning trajectory* pada penerapan *lesson design* 4 sangat sederhana. Siswa bahkan sudah hafal setiap langkah pembelajarannya. Campur tangan guru sangat sedikit sehingga sangat memungkinkan siswa dapat belajar dan membangun pengetahuannya sendiri. Guru hanya melakukan sekali antisipasi didaktis selebihnya siswa sudah dapat belajar dengan mandiri. Siswa menyatukan sisa 1 kubus satuan dengan sisa 1 kubus puluhan sehingga terlihat tidak terdapat sisa kubus satuan dan puluhan. Namun, setelah guru membimbing siswa untuk memisahkan sisa kubus satuan dan puluhan, siswa dapat dilepas untuk belajar mandiri. Guru sudah tidak memberikan antisipasi didaktis apapun selama pembelajaran. Siswa sudah dapat lepas dari media konkret, semi konkret, semi abstrak, dan sekarang siswa dapat mengerjakan soal yang abstrak tanpa bantuan media, yaitu: (1) Kubus-kubus satuan; (2) Gambar kubus satuan, puluhan, dan ratusan; (2) Kartu nilai; dan (3) Kartu lambang bilangan.

Urutan *learning trajectory* yang dapat dilalui siswa saat penanaman konsep nilai tempat tanpa angka 0 di tempat puluhan dan satuan sebagai berikut: (1) Ide bilangan 111; (2) Gambar kubus ratusan, puluhan, dan satuan; (3) Kartu nilai dan kartu lambang bilangan; (4) Konsep perkalian dasar 1 dan 10; (5) Penjumlahan dengan angka 1 dan 10; (6) Kesimpulan nilai angka berdasarkan nilai tempat.

Dari penemuan pola *learning trajectory* pada *lesson design* 4 maka dapat dikatakan bahwa mulai dari *lesson design* 1-4 siswa mulai mengurangi ketergantungan terhadap bimbingan guru, mempunyai pola *learning trajectory* yang ajek, dan waktu pembelajaran semakin efektif. Ini berarti penerapan desain didaktis pada empat jenis *lesson design* sudah selaras dengan prediksi guru (Fitriani et al., 2020). Selain itu, penerapan desain didaktis ini mampu membelajarkan siswa mengenai konsep nilai

tempat dengan baik secara bertahap sebagaimana tampak pada penerapan desain didaktis mulai *lesson design* 1 sampai *lesson design* 4. Hal ini menunjukkan bahwa desain didaktis dengan empat *lesson design* menggunakan perspektif pembelajaran konstruktivis (Rezky, 2019).

Faktor yang Mempengaruhi Pola *Learning Trajectory*

Faktor yang mempengaruhi pola *learning trajectory* dapat diketahui melalui wawancara terhadap guru dan siswa, analisis buku kurikulum 2013 kelas I dan II, dan penerapan *lesson design*. Secara umum, peneliti menemukan tiga faktor yang mempengaruhi pola *learning trajectory* yaitu: kemampuan prasyarat siswa, perencanaan dan proses pembelajaran, penggunaan sumber belajar. Berikut ini uraian mengenai ketiga faktor tersebut. Pertama, kemampuan prasyarat. Beberapa kemampuan prasyarat yang dibutuhkan sebelum siswa mendapatkan pembelajaran nilai tempat 3 angka berdasarkan analisis buku kurikulum 2013 kelas I dan II serta transkrip penerapan *lesson design*, yaitu: membilang, lambang dan nama bilangan, penjumlahan bilangan cacah, perkalian dasar 0, 1, 10, dan 100, serta nilai tempat 2 angka. Pengetahuan prasyarat ini sangat penting agar siswa mampu mempelajari konsep nilai tempat karena tanpanya siswa akan mengalami kesulitan memahami pelajaran.

Pentingnya pengetahuan prasyarat juga telah dikemukakan oleh beberapa peneliti lain. Unaenah dan Sumantri menjelaskan tentang pentingnya pemahaman konsep penjumlahan hingga faktor bilangan besar dan kelipatan persekutuan terkecil sebagai pengetahuan prasyarat agar siswa mampu memahami konsep materi pecahan (Unaenah & Sumantri, 2019). Dalam pembelajaran matematika Thalhah menyebut materi prasyarat adalah materi yang harus dikuasai sebelum mempelajari materi selanjutnya karena penyajian materi pembelajaran matematika tersusun secara hirarkis mulai dari konsep sederhana hingga konsep rumit (Thalhah, 2018).

Kedua, perencanaan dan proses pembelajaran. Perencanaan berperan penting dalam menemukan pola-pola *learning trajectory* yang mungkin akan dan dapat dilalui oleh siswa. Dari segi perencanaan yaitu berupa Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) yang digunakan sebagai patokan untuk kegiatan pembelajaran merupakan RPP dari *Compact Disk* (CD) kumpulan RPP yang bersifat komersil. Beralih pada proses pembelajaran. Guru menuturkan bahwa selama proses pembelajaran nilai tempat baik 2 angka maupun 3 angka, guru tidak pernah menggunakan media guna mendukung

penanaman konsep berupa kubus-kubus satuan. Padahal, menurut Bruner anak akan berhasil dalam belajar jika melalui tahap enaktif, ikonik, dan simbolik (Bruner, 1977).

Penggunaan variasi media dalam kegiatan pembelajaran merupakan cara untuk meningkatkan hasil belajar siswa sehingga guru dapat memanfaatkan berbagai varian media dan mempersiapkannya sesuai dengan materi yang akan diajarkan (Hidayati, 2018). Oleh karena itu, penggunaan media pembelajaran merupakan aspek penting karena mampu mengubah konsep abstrak menjadi sesuatu yang lebih konkret. Tanpanya maka penerapan *learning trajectory* siswa berpotensi mengarahkan siswa untuk langsung berpikir secara simbolik. Indikator pentingnya pemanfaatan media pembelajaran juga terlihat dari respon siswa yakni, asingnya mereka terhadap kubus-kubus satuan membuat siswa pun merasa kesulitan menggunakan alat peraga manipulatif berupa kubus satuan. Bahkan mereka hampir tidak mengenali gambar kubus satuan, puluhan, dan ratusan. Padahal, pembelajaran matematika kelas rendah disarankan untuk dilakukan secara induktif dan konstruktif. Dengan konstruktivisme siswa akan aktif menciptakan struktur-struktur dalam interaksinya dengan lingkungan (Dahar, 2011).

Ketiga, sumber belajar. Sumber belajar dalam pengertian luas berarti sekumpulan bahan atau situasi yang diciptakan untuk memungkinkan siswa belajar secara individual (Sitepu, 2014, p. 20). Sumber belajar yang selama ini digunakan juga menjadi salah satu faktor yang menentukan pola *learning trajectory* siswa. Berdasarkan hasil wawancara terhadap guru ditemukan fakta bahwa sebenarnya guru sudah menggunakan sumber belajar yang cukup beragam yaitu buku-buku KTSP yang masih sesuai dengan materi nilai tempat. Namun, yang menjadi masalah di sini adalah pemilihan konteks soal yang kurang beragam. Guru hanya mengambil soal-soal nilai tempat 3 angka dengan bilangan yang tidak memiliki angka 0. Di sisi lain, *learning trajectory* siswa menjadi tidak dapat diprediksi. Siswa tidak memberikan respon apapun selama proses pembelajaran karena siswa kebingungan tidak memiliki pengetahuan awal apapun mengenai soal-soal yang memiliki konteks yang berbeda. Dalam hal ini, posisi pentingnya sumber belajar sebagai bagian dari analisis *learning trajectory* juga sejalan dengan pendapat Dedy dan Sumiaty bahwa analisis *learning trajectory* terdiri dari analisis buku sumber yang digunakan oleh guru dan siswa serta menganalisis video pembelajarannya (Dedy & Sumiaty, 2017).

KESIMPULAN

HLT yang dikembangkan cocok untuk memfasilitasi *learning trajectory* siswa untuk mencapai tujuan belajar. Pada *learning trajectory lesson design* 1, guru paling banyak melakukan ADP namun berkurang dengan semakin banyaknya *lesson design* yang diterapkan. Puncaknya pada *lesson design* 4, bantuan yang diberikan oleh guru semakin jarang dikarenakan kemandirian siswa sudah semakin berkembang. Faktor yang mempengaruhi pola *learning trajectory*, antara lain: kemampuan prasyarat siswa, perencanaan dan proses pembelajaran, penggunaan sumber belajar.

REFERENSI

- Astuti, I. M. J. (2017). *Tema 1 Hidup Rukun Buku Tematik Terpadu Kurikulum 2013: Buku Guru SD/MI Kelas II*. Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemendikbud.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1988). A constructivist approach to numeration in primary school: Results of a three year intervention with the same group of children. *Educational Studies in Mathematics*, 19(3), 299–331. <https://doi.org/10.1007/BF00312450>
- Brown, C. S., Sarama, J., & Clements, D. H. (2007). Thinking about Learning Trajectories in Preschool. *Teaching Children Mathematics*, 14(3), 178–181.
- Bruner, J. S. (1977). *The Process of Education: First Edition*. Harvard University Press.
- Bussi, B., & G, M. (2011). Artefacts and Utilization Schemes in Mathematics Teacher Education: Place Value in Early Childhood Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 93–112. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9171-2>
- Chandler, C. C., & Kamii, C. (2009). Giving Change When Payment Is Made With a Dime: The Difficulty of Tens and Ones. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 97–118. <https://doi.org/10.2307/40539328>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81–89. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Dahar, R. W. (2011). *Teori-teori Belajar dan Pembelajaran*. Erlangga.
- Daro, P., Mosher, F. A., & Corcoran, T. (2011). Learning Trajectories in Mathematics: A Foundation for Standards, Curriculum, Assessment, and Instruction. CPRE Research Report # RR-68. In *Consortium for Policy Research in Education*. Consortium for Policy Research in Education. <https://eric.ed.gov/?id=ED519792>
- Dedy, E., & Sumiaty, E. (2017). Desain Didaktis Bahan Ajar Matematika SMP Berbasis Learning Obstacle dan Learning Trajectory. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 2(1), 69–80. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2017.2.1.69-80>
- Fitriani, N., Kadarisma, G., & Amelia, R. (2020). Pengembangan Desain Didaktis untuk Mengatasi Learning Obstacle pada Materi Dimensi Tiga. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(2), 231–241. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i2.2686>

- Fuson, K. C. (1986). Roles of representation and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction. *European Journal of Psychology of Education*, 1(2), 35–56. <https://doi.org/10.1007/BF03172568>
- Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 180–206. <https://doi.org/10.2307/749373>
- Hendrifiana, Y., Ariguntar, P., & Assagaf, L. (2017). *Diriku: Buku tematik terpadu kurikulum 13 buku guru SD/MI Kelas I* (L. Chamisijatin, H. S. Prabawanto, N. W. Rochmadi, F. N. Utorodewo, T. H. Retnowati, M. Mulyana, L. Purnastuti, H. Setyawati, Y. Mulyati, H. A. Sastromiharjo, R. Al-Atok, S. Sugiarto, E. Yetti, S. Suharji, W. Pekerti, R. Milyartini, & B. Prihadi, Eds.). Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Badan Penelitian dan Pengembangan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. <http://repositori.kemdikbud.go.id/6895/>
- Heruman. (2007). *Model Pembelajaran Matematika di SD*. Remaja Rosdakarya.
- Hidayati, E. W. (2018). Penggunaan Media Puzzle Konstruksi Terhadap Hasil Belajar Kognitif Siswa SDN Kemangsen II Krian. *Indonesian Journal of Islamic Education Studies (IJIES)*, 1(1), 61–88. <https://doi.org/10.33367/ijies.v1i1.519>
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), 98–122. <https://doi.org/10.2307/749496>
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1996). Instruction, Understanding, and Skill in Multidigit Addition and Subtraction. *Cognition and Instruction*, 14(3), 251–283. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1403_1
- Kamii, C., & Joseph, L. L. (1989). *Young Children Continue to Reinvent Arithmetic--2nd Grade: Implications of Piaget's Theory*. Teachers College Press.
- Mix, K. S., Prather, R. W., Smith, L. B., & Stockton, J. D. (2014). Young children's interpretation of multidigit number names: From emerging competence to mastery. *Child Development*, 85(3), 1306–1319. <https://doi.org/10.1111/cdev.12197>
- Prabawanto, S., & Rahayu, P. (2006). *Bilangan*. UPI Press.
- Putra, N. (2012). *Metode Penelitian Kualitatif Pendidikan*. PT. RajaGrafindo Persada.
- Putri, D. P., Manfaat, B., & Haqq, A. A. (2020). Desain didaktis pembelajaran matematika untuk mengatasi hambatan belajar pada materi matriks. *Jurnal Analisa*, 6(1), 56–68. <https://doi.org/10.15575/ja.v6i1.5694>
- Rezky, R. (2019). Hypothetical Learning Trajectory (HLT) dalam Perspektif Psikologi Belajar Matematika. *Ekspose: Jurnal Penelitian Hukum dan Pendidikan*, 18(1), 762–769. <https://doi.org/10.30863/ekspose.v18i1.364>
- Ross, S. H. (1986). *The Development of Children's Place-Value Numeration Concepts in Grades Two through Five*. <https://eric.ed.gov/?id=ED273482>
- Simanjuntak, L. (1992). *Metode Mengajar Matematika*. Rineka cipta.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory.

Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 91–104.
https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_2

- Sitepu, B. P. (2014). *Pengembangan Sumber Belajar*. PT. RajaGrafindo Persada.
- Thalhah, S. Z. (2018). Profil Kemampuan Mahasiswa Tadris Matematika dalam Memecahkan Masalah Program Linear Ditinjau dari Perbedaan Tingkat Kemampuan Prasyarat dan Gaya Kognitif Fiel Dependent. *Al-Khwarizmi : Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 6(1), 29–46. <https://doi.org/10.24256/jpmipa.v6i1.397>
- Thompson, I. (2000). Teaching Place Value in the UK: Time for a reappraisal? *Educational Review*, 52(3), 291–298. <https://doi.org/10.1080/713664046>
- Unaenah, E., & Sumantri, M. S. (2019). Analisis Pemahaman Konsep Matematis Siswa Kelas 5 Sekolah Dasar pada Materi Pecahan. *Jurnal Basicedu*, 3(1), 106–111. <https://doi.org/10.31004/basicedu.v3i1.85>
- Walle, J. A. V. D. (2007). *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah* (Suryono, Trans.). Erlangga.